

ARQUERA



Claudia **1**

Edad:	17 años
Masa:	70 kg
Estatura:	180 cm
Partidos jugados:	28
Expulsiones:	1

DEFENSA



Alexis **17**

Edad:	16 años
Masa:	74 kg
Estatura:	183 cm
Partidos jugados:	25
Expulsiones:	3

Unidad

1

Decido hacer deporte y cuidar mi salud

Medidas de dispersión y probabilidades condicionales

- ¿Cuál de los datos de los y las deportistas varía menos?, ¿cómo lo sabes?
- ¿Qué beneficios tiene hacer deporte?

Tomando la iniciativa

Elige un deporte que te guste y que no hayas practicado antes e imagina que vas a practicarlo a partir de mañana.

- ¿Es un deporte individual o grupal?, ¿Cómo lo relacionas con los contenidos estudiados en años anteriores? Explica.
- ¿Qué acciones previas debes realizar para iniciar su práctica?
- Conversa con tus compañeros respecto de los deportes escogidos, ¿cuántos coinciden con el tuyo?
- Respecto de la pregunta anterior, ¿cuál es la frecuencia relativa porcentual del deporte que escogiste?

MEDIOCAMPISTA



Javieria **14**

Edad: 17 años
Masa: 62 kg
Estatura: 170 cm
Partidos jugados: 27
Expulsiones: 1

DELANTERO



Alejandro **7**

Edad: 17 años
Masa: 67 kg
Estatura: 175 cm
Partidos jugados: 28
Expulsiones: 0



Para relacionar el fútbol con la matemática
 conéctate a <https://l1nq.com/BGcNB>
 ¿Crees que en el futuro será posible predecir
 los resultados de eventos deportivos?, ¿por qué?

Conocimientos previos

Media aritmética o promedio ($\bar{x}$)

Se calcula como el cociente entre la suma de los datos y la cantidad total de datos.

Ejemplo:

Los siguientes datos son los puntajes obtenidos en una prueba de admisión a una empresa.

100; 121; 134; 123; 142

Para calcular el promedio se suman los puntajes y se divide por el total de datos, luego se tiene:

$$\bar{x} = \frac{100 + 121 + 134 + 123 + 142}{5} = \frac{620}{5} = 124$$

Probabilidades

Se puede calcular como el cociente entre la cantidad de resultados favorables al suceso y la cantidad total de resultados posibles.

Ejemplo:

Al lanzar un dado de seis caras, ¿cuál es la probabilidad de obtener un múltiplo de 2?

El espacio muestral (Ω) y el suceso obtener un múltiplo de 2 es:

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad \#\Omega = 6$$

$$A = \{2, 4, 6\}, \#A = 3$$

La probabilidad de obtener un múltiplo de 2, es

$$P(A) = \frac{\#A}{\#\Omega} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0,5$$

Toma de decisiones con medidas de dispersión

Decidiendo con medidas de dispersión para datos no agrupados

A Clara le gusta correr y sabe que para mejorar su rendimiento debe intentar mantener un ritmo constante. Ella entrena en dos circuitos callejeros algo sinuosos y con superficie irregular, lo que dificulta que mantenga su ritmo. En una *app* de su celular se registraron los tiempos que tarda en recorrerlos, desagregados cada 2 km.

- ¿Qué crees que motiva a la gente a correr? ¿Qué te motivaría a ti?
- Ella debe elegir uno de los dos circuitos para continuar sus entrenamientos y mejorar su rendimiento. Intuitivamente, ¿qué consejo le darías para ayudarla a tomar su decisión? Arguméntalo.

Avanza 2 km

Avanza 2 km

Avanza 2 km

Avanza 2 km

Avanza 2 km



Avanza 2 km

Avanza 2 km

Avanza 2 km

Avanza 2 km

Avanza 2 km



<< Dispersión

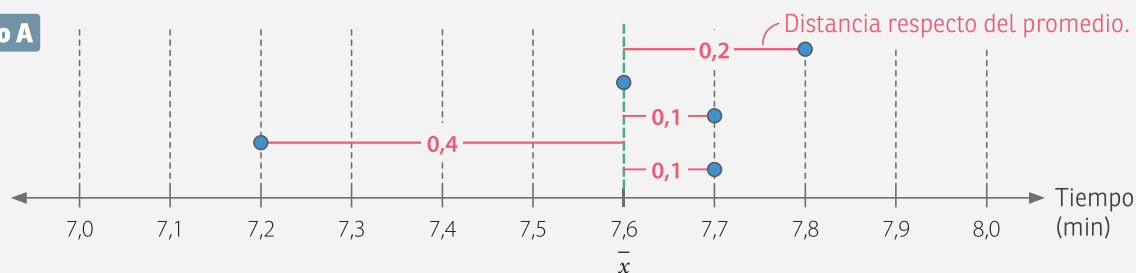
Las medidas de dispersión son parámetros estadísticos que indican cuánto se alejan los datos respecto de la media aritmética. Es decir, indican la variabilidad de los datos. A menor dispersión los datos son más homogéneos.



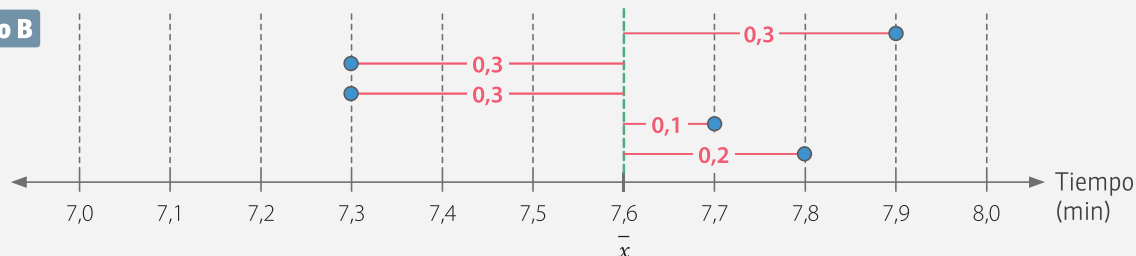
- 1 ¿Cómo interpretas que los datos de un conjunto estén más dispersos que los de otro?
- 2 ¿Cómo podrías relacionar el concepto de dispersión con la decisión que debe tomar Clara? Argumenta.

En situaciones de incertidumbre, como la que enfrenta Clara, cuantificar la dispersión puede orientar la toma de decisiones. Gráficamente, sus tiempos y las medias aritméticas ($\bar{x}$) se pueden representar de la siguiente manera:

Circuito A



Circuito B



Para calcular el promedio de ambos circuitos, se suman todos los tiempos y luego se divide por el total de veces que se registraron los datos (5), en ambos casos resulta 7,6 min.

El **valor absoluto** de un número a ($|a|$) representa la distancia de este número al cero en la recta numérica.

- 3 ¿Podrían estas representaciones ayudar a Clara a elegir un circuito por sobre otro?, ¿de qué manera? Comunica y compara tu respuesta con las de tus compañeros.

A continuación, haremos el cálculo de algunas medidas de dispersión para apoyar esta toma de decisiones.

<< Desviación media

La **desviación media** (DM) es una **medida de dispersión** que indica la distancia promedio entre los datos y su media aritmética. Este parámetro también te da una idea de qué tan lejos están los datos entre sí. A mayor DM , más alejados están. Para un conjunto de n datos $x_1, x_2, \dots, x_n$, cuya media aritmética es $\bar{x}$, se puede calcular mediante la siguiente fórmula:

$$DM = \frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + \dots + |x_n - \bar{x}|}{n}$$



- 4 ¿Cómo explicarías con tus palabras la expresión simbólica $|x_1 - \bar{x}|$?
- 5 ¿Por qué en la fórmula de la DM se utiliza el valor absoluto? ¿Cuál sería el valor de la DM si no se considerara el valor absoluto en su fórmula?

EJEMPLO 1 >> Cálculo de la desviación media.

¿Cuál es la desviación media de los tiempos que registró Clara en los **circuitos A y B**?

Paso a Paso

1. Calcula la media aritmética de los tiempos registrados en cada circuito (medida en minutos), $\bar{x}_A$ y $\bar{x}_B$.

$$\bar{x}_A = \frac{7,7 + 7,2 + 7,7 + 7,6 + 7,8}{5} = \frac{38}{5} = 7,6$$

$$\bar{x}_B = \frac{7,8 + 7,7 + 7,3 + 7,3 + 7,9}{5} = \frac{38}{5} = 7,6$$

2. Determina los valores absolutos de las diferencias entre los tiempos y la media aritmética de cada circuito (medidos en minutos).

Circuito A	Circuito B
$ 7,7 - 7,6 = 0,1 = 0,1$	$ 7,8 - 7,6 = 0,2 = 0,2$
$ 7,2 - 7,6 = -0,4 = 0,4$	$ 7,7 - 7,6 = 0,1 = 0,1$
$ 7,7 - 7,6 = 0,1 = 0,1$	$ 7,3 - 7,6 = -0,3 = 0,3$
$ 7,6 - 7,6 = 0 = 0$	$ 7,3 - 7,6 = -0,3 = 0,3$
$ 7,8 - 7,6 = 0,2 = 0,2$	$ 7,9 - 7,6 = 0,3 = 0,3$

3. Calcula el promedio de los valores absolutos anteriores (medido en minutos) para así obtener las desviaciones medias de los tiempos registrados en cada circuito, DM_A y DM_B .

$$DM_A = \frac{0,1 + 0,4 + 0,1 + 0 + 0,2}{5} = \frac{0,8}{5} = 0,16$$

$$DM_B = \frac{0,2 + 0,1 + 0,3 + 0,3 + 0,3}{5} = \frac{1,2}{5} = 0,24$$

4. Responde.

La desviación media de los tiempos del **circuito A** es 0,16 min y la de los tiempos del **circuito B**, 0,24 min. Ya que $0,24 > 0,16$ los datos del Circuito B son más dispersos que los del circuito A.



- 6 Considerando los valores obtenidos para la **DM** de los tiempos de los circuitos, ¿en cuál de ellos los datos están menos dispersos? Respondan grupalmente y compartan su respuesta con otros grupos.

- 7 ¿Cómo puedes comprobar los resultados aquí expuestos?
En la página <https://www.geogebra.org/scientific?lang=es> dispones de una calculadora con la que puedes hacerlo.



« Varianza y desviación estándar

La **varianza** (σ^2) es una **medida de dispersión**. Para un conjunto de n datos $x_1, x_2, \dots, x_n$, cuya media aritmética es $\bar{x}$, se puede calcular mediante la siguiente fórmula:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

La **desviación estándar** (σ) es otra **medida de dispersión**. Se puede calcular obteniendo la raíz cuadrada de la varianza. , como es una medida positiva, se cumple que la raíz cuadrada de la varianza coincide con la desviación estándar, como se muestra: $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

- 8 Si los datos $x_1, x_2, \dots, x_n$ representan tiempos medidos en minutos, ¿en qué unidades de medida quedan expresadas σ^2 y σ ? ¿Cómo puedes generalizar este resultado?

EJEMPLO 2 » Cálculo de la desviación estándar.

¿Cuál es la desviación estándar de los tiempos que registró Clara en los circuitos A y B?

Paso a Paso

1. Calcula la media aritmética de los tiempos registrados en cada circuito (medida en minutos), $\bar{x}_A$ y $\bar{x}_B$.

$$\bar{x}_A = \bar{x}_B = 7,6$$

2. Calcula las diferencias entre los tiempos y el promedio (medido en minutos) y luego calcula su cuadrado.

Circuito A	Circuito B
$(7,7 - 7,6)^2 = 0,1^2 = 0,01$	$(7,8 - 7,6)^2 = 0,2^2 = 0,04$
$(7,2 - 7,6)^2 = (-0,4)^2 = 0,16$	$(7,7 - 7,6)^2 = 0,1^2 = 0,01$
$(7,7 - 7,6)^2 = 0,1^2 = 0,01$	$(7,3 - 7,6)^2 = (-0,3)^2 = 0,09$
$(7,6 - 7,6)^2 = 0^2 = 0$	$(7,3 - 7,6)^2 = (-0,3)^2 = 0,09$
$(7,8 - 7,6)^2 = 0,2^2 = 0,04$	$(7,9 - 7,6)^2 = 0,3^2 = 0,09$

3. Calcula el promedio de los cuadrados obtenidos en cada circuito (medido en minutos cuadrados).

$$\text{Circuito A} \rightarrow \frac{0,01 + 0,16 + 0,01 + 0 + 0,04}{5} = \frac{0,22}{5} = 0,044$$

$$\text{Circuito B} \rightarrow \frac{0,04 + 0,01 + 0,09 + 0,09 + 0,09}{5} = \frac{0,32}{5} = 0,064$$

4. Extrae la raíz cuadrada de cada resultado anterior para así obtener las desviaciones estándar de los tiempos registrados en cada circuito, σ_A y σ_B . Redondea los resultados a la centésima.

$$\sigma_A = \sqrt{0,044} \approx 0,21$$

$$\sigma_B = \sqrt{0,064} \approx 0,25$$

5. Responde.

La desviación estándar aproximada en el circuito A es 0,21 min y en el circuito B es 0,25 min.

- 9 Estos valores de desviación estándar, ¿confirman la decisión que sugieren los de la desviación media o no? ¿En cuál circuito debería entrenar Clara para mejorar su rendimiento?, ¿por qué?

- 10 Utiliza la calculadora disponible en <https://www.geogebra.org/scientific?lang=es> para comprobar el valor de la desviación estándar en los circuitos A y B.



« Coeficiente de variación

El **coeficiente de variación** (CV) es una **medida de dispersión** que corresponde al cociente entre la desviación estándar (σ) y el valor absoluto de la media aritmética ($|\bar{x}|$) de un conjunto de datos. Se calcula mediante la siguiente fórmula:

$$CV = \frac{\sigma}{|\bar{x}|} \quad |\bar{x}| \neq 0$$

Este parámetro puede expresarse como un porcentaje multiplicándolo por 100 y, dado que es un valor sin unidades (adimensional), permite comparar la dispersión de conjuntos de datos pertenecientes a poblaciones distintas.



Haka pei

El deporte extremo de Rapa Nui

Este antiguo rito de iniciación de la cultura Rapa Nui es una de las pruebas que concita mayor expectación durante la realización de la Tāpati, fiesta de eventos deportivos y recreativos que se celebra cada año durante la primera quincena de febrero en la Isla de Pascua.

Haka pei: Es un deporte extremo, donde los jóvenes, mujeres y hombres, desafían su valor deslizándose sobre dos troncos de plátanos, unidos por varas de madera y un corte en la parte delantera que facilita su deslizamiento, a gran velocidad. La pendiente del cerro **Pu'i** tiene una inclinación de 45°. Los competidores visten a la usanza antigua con vistosas pinturas corporales. La mayor distancia recorrida, será la medida que otorgará el triunfo.

Fuente: <https://www.rapanui.net/secciones/3144> Municipalidad de Rapa Nui

Apliquemos lo estudiado

Observa las tablas 1 y 2 con las distancias alcanzadas por un competidor durante dos sesiones de entrenamiento, en que numeró sus descensos del 1 al 5.

- ♥ Ma'uŋa Pu'i, (Cerro = ma'uŋa) ubicado en Isla de Pascua y que mide unos 200 m de altura.

Tabla 1

Distancias recorridas el día 1	
Número de descenso	Distancia (m)
1	258
2	254
3	275
4	253
5	250

Tabla 2

Distancias recorridas el día 2	
Número de descenso	Distancia (m)
1	264
2	256
3	260
4	275
5	255

Observa un video con más información acerca del Tapati Rapa Nui en <https://bit.ly/3Fslb8p>
¿Qué aspecto de la cultura rapa nui te gustaría conocer?
Averigua otros deportes ancestrales que se desarrollan en **Tāpati Rapa Nui**.



www.elcorredoramoai.com



EJEMPLO 3 >> Comparación del coeficiente de variación de dos grupos de datos.

¿En cuál de los dos días las distancias registradas por el competidor de Haka Pei están más dispersas de acuerdo con el coeficiente de variación?

Paso a Paso

1. Calcula la media aritmética de las distancias registradas cada día (medida en metros).

Día 1

$$\bar{x}_1 = \frac{258 + 254 + 275 + 253 + 250}{5} = \frac{1\,290}{5} = 258$$

Día 2

$$\bar{x}_2 = \frac{264 + 256 + 260 + 275 + 255}{5} = \frac{1\,310}{5} = 262$$

2. Calcula las diferencias entre las distancias y la media aritmética (medidas en metros).

Día 1

$$\begin{aligned} 258 - 258 &= 0 & 253 - 258 &= -5 \\ 254 - 258 &= -4 & 250 - 258 &= -8 \\ 275 - 258 &= 17 \end{aligned}$$

Día 2

$$\begin{aligned} 264 - 262 &= 2 & 275 - 262 &= 13 \\ 256 - 262 &= -6 & 255 - 262 &= -7 \\ 260 - 262 &= -2 \end{aligned}$$

3. Calcula el cuadrado de cada diferencia (medido en metros cuadrados).

Día 1

$$\begin{aligned} 0^2 &= 0 & (-5)^2 &= 25 \\ (-4)^2 &= 16 & (-8)^2 &= 64 \\ 17^2 &= 289 \end{aligned}$$

Día 2

$$\begin{aligned} 2^2 &= 4 & 13^2 &= 169 \\ (-6)^2 &= 36 & (-7)^2 &= 49 \\ (-2)^2 &= 4 \end{aligned}$$

4. Calcula el promedio de los cuadrados (medido en metros cuadrados).

Día 1

$$\frac{0 + 16 + 289 + 25 + 64}{5} = \frac{394}{5} = 78,8$$

Día 2

$$\frac{4 + 36 + 4 + 169 + 49}{5} = \frac{262}{5} = 52,4$$

5. Extrae la raíz cuadrada de los resultados anteriores para calcular las desviaciones estándar σ_1 y σ_2 de los dos grupos de datos (medidas en metros).

Día 1 $\sigma_1 = \sqrt{78,8} = 8,8769\dots$

Día 2 $\sigma_2 = \sqrt{52,4} = 7,2387\dots$

6. Calcula el cociente entre la desviación estándar y la media aritmética de las distancias registradas cada día para así determinar los coeficientes de variación CV_1 y CV_2 (adimensionales). Redondea los resultados a la milésima.

Día 1

$$CV_1 = \frac{\sqrt{78,8}}{258} \approx 0,034$$

Día 2

$$CV_2 = \frac{\sqrt{52,4}}{262} \approx 0,028$$

7. Responde. Luego de analizar los datos de la tabla y calcular las correspondientes medidas de dispersión, se cumple que $CV_1 > CV_2$, es decir, las distancias alcanzadas el día 1 tienen un coeficiente de variación mayor que las alcanzadas el día 2 y, por lo tanto, están más dispersas.

11 Que $CV_1 > CV_2$, ¿implica que el día 1 se obtuvieron mejores resultados que el día 2?

Decidiendo con medidas de dispersión para datos agrupados

Julio practica básquetbol todos los días. En particular, enfoca su entrenamiento en afinar su puntería y en aumentar la altura de sus saltos.

El entrenador del club de básquetbol al que pertenece Julio tiene un registro en su *tablet* de la altura del salto máximo de los jugadores del equipo, información que se presenta en la tabla de frecuencias adjunta. Obsérvala y responde.

- ¿Crees que es saludable practicar básquetbol?, ¿por qué?
- ¿Puedes determinar con exactitud la diferencia de altura entre el mayor y el menor salto registrados en la tabla?, ¿por qué?
- La tabla no incluye el salto de Julio que se representa en la imagen. Si se incluyera, ¿a qué intervalo pertenecería?



72 cm

Saltos del equipo de básquetbol de Julio		
Altura del salto (cm)	Marca de clase c_i (cm)	Frecuencia (f_i)
[60, 65[	62,5	8
[65, 70[	67,5	15
[70, 75[	72,5	12
[75, 80]	77,5	4
Total	—	39

1 [65, 70[corresponde al intervalo de todos los números mayores o iguales que 65 y menores que 70, es decir están los saltos que miden 65 cm pero no los que miden 70 cm.

2 [75, 80]: intervalo de todos los números mayores o iguales que 75 y menores o iguales que 80, es decir, están los saltos que miden 75 cm y 80 cm.

La marca de clase (M_c) de un intervalo $[a, b]$ se calcula:

3
$$M_c = \frac{(a + b)}{2}$$
 En [60, 65[corresponde a: $\frac{60 + 65}{2} = \frac{125}{2} = 62,5$

4 Hubo 15 saltos cuyas alturas fueron mayor o iguales a 65 cm y menores a 70 cm, esto corresponde al intervalo [65, 70[.

« Media aritmética de datos agrupados

Para estimar la media aritmética o promedio ($\bar{x}$) en una tabla de frecuencias con datos agrupados, puedes utilizar la siguiente fórmula:

$$\bar{x} = \frac{c_1 \cdot f_1 + c_2 \cdot f_2 + \dots + c_i \cdot f_i + \dots + c_N \cdot f_N}{n}$$

Donde:

- c_i : marca de clase del i -ésimo intervalo.
- f_i : frecuencia absoluta del i -ésimo intervalo.
- n : cantidad total de datos.
- N : cantidad total de intervalos.



- 1 ¿Por qué crees que la fórmula anterior solo permite estimar el valor de la media aritmética y no da cuenta de su valor exacto?
- 2 ¿Cómo explicarías con tus palabras el cálculo de la marca de clase de un intervalo?
- 3 ¿Qué representan n y N ?, ¿podrían ser iguales en una tabla de datos agrupados?, ¿por qué?

EJEMPLO 4 » Estimación de la media aritmética para datos agrupados.

¿Cuál es la media aritmética estimada de la altura de los saltos del equipo de Julio?, ¿cómo la interpretas en relación con la altura del salto de Julio?

Paso a Paso

1. De la tabla del entrenador es posible obtener c_i y f_i .

Saltos del equipo de básquetbol de Julio		
Altura del salto (cm)	Marca de clase c_i (cm)	Frecuencia (f_i)
[60, 65[	62,5	8
[65, 70[	67,5	15
[70, 75[	72,5	12
[75, 80]	77,5	4
Total	—	39

$\longrightarrow c_1 = 62,5$ y $f_1 = 8$
 $\longrightarrow c_2 = 67,5$ y $f_2 = 15$
 $\longrightarrow c_3 = 72,5$ y $f_3 = 12$
 $\longrightarrow c_4 = 77,5$ y $f_4 = 4$
 $\longrightarrow n = 39$ (Corresponde al total de datos)

2. Aplica la fórmula para estimar la media aritmética. Aproxima el resultado por redondeo a la milésima.

$$\bar{x} = \frac{62,5 \cdot 8 + 67,5 \cdot 15 + 72,5 \cdot 12 + 77,5 \cdot 4}{39} \longrightarrow \text{Reemplaza los datos.}$$

$$= \frac{500 + 1012,5 + 870 + 310}{39} \longrightarrow \text{Calcula los productos.}$$

$$\approx 69,038 \longrightarrow \text{Suma, divide y redondea.}$$

3. La media aritmética estimada es 69,038 cm, aproximadamente, ($72 > 69,038$) y dos interpretaciones equivalentes pueden ser las siguientes:

- 1.º El salto de Julio es mayor que la media aritmética de la altura de los saltos de los jugadores de su equipo.
- 2.º En promedio, el equipo alcanza alturas menores que la del salto de Julio.

- 4 ¿Influye la estatura de los jugadores del otro equipo? ¿hay alguna relación en que los saltos de mayor altura se realizan al comienzo del partido?

« Rango, desviación media, varianza y desviación estándar

El **rango** (R) es una **medida de dispersión** que, en datos agrupados, se estima como la diferencia entre el extremo superior del intervalo mayor y el extremo inferior del intervalo menor.

Las fórmulas para estimar las otras medidas de dispersión de un conjunto de datos agrupados son:

$$\begin{array}{ll} \text{Desviación media (DM)} & \text{Varianza } (\sigma^2) \\ DM = \frac{|c_1 - \bar{x}| \cdot f_1 + \dots + |c_N - \bar{x}| \cdot f_N}{n} & \sigma^2 = \frac{(c_1 - \bar{x})^2 \cdot f_1 + \dots + (c_N - \bar{x})^2 \cdot f_N}{n} \end{array}$$

La desviación estándar (σ) se obtiene calculando la raíz cuadrada a la varianza.

En que:

- $\bar{x}$: promedio de los datos.
- c_i : marca de clase del i -ésimo intervalo.
- n : cantidad total de datos.
- f_i : frecuencia absoluta del i -ésimo intervalo.
- N : cantidad total de intervalos.



EJEMPLO 5 » Estimación de la desviación media, de la varianza y de la desviación estándar.

¿Cuáles son los valores estimados de la desviación media, la varianza y la desviación estándar de la altura de los saltos del equipo de Julio? Responde redondeando a la milésima tus resultados.

Paso a Paso

1. Estima la media aritmética ($\bar{x}$) de los saltos.

Saltos del equipo de básquetbol de Julio		
Altura del salto (cm)	Marca de clase c_i (cm)	Frecuencia (f_i)
[60, 65[	62,5	8
[65, 70[	67,5	15
[70, 75[	72,5	12
[75, 80]	77,5	4
Total	—	39



En la tabla se tiene que el intervalo mayor es [75, 80] y el extremo superior es 80, el intervalo menor es [60, 65[y el extremo inferior es 60. El rango es $80 - 60 = 20$.

La media aritmética ya se calculó antes:

$$\bar{x} \approx 69,038$$

2. Estima la desviación media en centímetros.

$$DM \approx \frac{|62,5 - 69,038| \cdot 8 + |67,5 - 69,038| \cdot 15 + |72,5 - 69,038| \cdot 12 + |77,5 - 69,038| \cdot 4}{39} = 3,8657948717$$

3. Estima la varianza en centímetros cuadrados y la desviación estándar en centímetros.

$$\sigma^2 \approx \frac{(62,5 - 69,038)^2 \cdot 8 + (67,5 - 69,038)^2 \cdot 15 + (72,5 - 69,038)^2 \cdot 12 + (77,5 - 69,038)^2 \cdot 4}{39} = 20,710059384615$$

$$\sigma \approx \sqrt{20,710059384615} = 4,55083062... \approx 4,551$$

4. Responde.

Los valores aproximados de las medidas de dispersión son: $DM \approx 3,866$ cm, $\sigma^2 \approx 20,710$ cm² y $\sigma \approx 4,551$ cm.

La desviación media (DM) se puede interpretar que se encuentra a una distancia de 3,86 del promedio. En el caso del salto de Julio (72 cm) se puede concluir que se encuentra cercano a la desviación que se señala, ya que el promedio más la DM es igual a 72,904 cm.

« Coeficiente de variación

El **coeficiente de variación** (CV) para datos agrupados permite comparar la dispersión de conjuntos con distinta cantidad de elementos, mientras menor sea los datos son más parecidos entre sí, en caso contrario los datos se diferencian más entre ellos, su expresión corresponde a:

$$CV = \frac{\sigma}{|\bar{x}|} \quad |\bar{x}| \neq 0$$

En que σ es la desviación estándar del conjunto de datos y $\bar{x}$ es su media aritmética o promedio. »

EJEMPLO 6 » Toma de decisiones utilizando medidas de dispersión.

Para dos cursos de 30 y 40 integrantes se miden los tiempos promedio, en minutos por día, que dedican a realizar talleres deportivos. Las siguientes tablas resumen esta información:

Talleres deportivos del 3° A		
Tiempo (min)	Marca de clase c_i (min)	Frecuencia (f_i)
[0, 15[	7,5	3
[15, 30[	22,5	9
[30, 45[	37,5	15
[45, 60[	52,5	3
Total	—	30

Talleres deportivos del 3° B		
Tiempo (min)	Marca de clase c_i (min)	Frecuencia (f_i)
[0, 15[	7,5	6
[15, 30[	22,5	10
[30, 45[	37,5	18
[45, 60[	52,5	6
Total	—	40

El coordinador de deportes decidió premiar al curso que dedica un mayor tiempo promedio a participar en los talleres. Tras hacer los cálculos, comprobó que ambos tienen el mismo promedio de 31,5 min. Por esta razón, decidió premiar al curso cuyos tiempos estén menos dispersos. ¿A qué curso premiará? ¿Por qué el profesor toma la decisión de premiar a un curso en función de la dispersión de los datos y no considerando el rango?

Paso a Paso

1. Estima la varianza y la desviación estándar para cada curso e interpreta sus valores.

3° A > $\sigma_A^2 = 144 \text{ min}^2$ $\sigma_A = \sqrt{144} \text{ min} = 12 \text{ min}$

3° B > $\sigma_B^2 = 189 \text{ min}^2$ $\sigma_B = \sqrt{189} \text{ min} \approx 13,748$ (aproximación por redondeo a la milésima).

2. Ambos parámetros indican que la dispersión de los tiempos es menor para el 3° A, pero como la cantidad de integrantes es diferente en los cursos, se calculará el coeficiente de variación para confirmar este hecho.

Estima el coeficiente de variación y redondéalo a la milésima.

3° A > $CV_A = \frac{12}{31,5} = 0,380952 \approx 0,381$

3° B > $CV_B = \frac{\sqrt{189}}{31,5} = 0,43643... \approx 0,436$

3. Responde.

Comparando los coeficientes de variación de los tiempos de ambos cursos, se observa que $CV_A < CV_B$. Por lo tanto, el coordinador premiará al 3° A.

- 5  ¿Cómo pueden comprobar que los valores calculados en este ejemplo son correctos?

Accedan a una calculadora en línea en <https://bit.ly/3yH3Ch7> o utilicen una calculadora científica manual para validar los valores de la media aritmética, la varianza, la desviación estándar y el coeficiente de variación de los tiempos de cada curso.



» URGENCIA CLIMÁTICA

Plogging.

El deporte que protege el medioambiente

Gettyimages/Maskot

El *plogging* resulta de fusionar la palabra inglesa *jogging*, que se traduce como correr, con la expresión sueca *plocka upp*, que significa recoger. Es un deporte que consiste en correr o caminar mientras se recoge la basura que hay en el camino.

Los *ploggers*, personas que practican este deporte, aseguran que puede ser más efectivo como actividad física que solamente correr.

Apliquemos lo estudiado

Para comprobar la afirmación anterior, un grupo de 20 estudiantes decidió comparar las calorías (cal) quemadas al practicar *running* y *plogging* durante 30 min., en condiciones similares. Los resultados que obtuvieron se muestran en las siguientes tablas:

Para saber más sobre el *plogging* conéctate a <https://bit.ly/3lbhFIV>
¿Qué necesitas para practicar *plogging*?



Tablas comparativas de la energía consumida al practicar *running* y *plogging*.

Energía usada al practicar *running* (cal)

Energía (cal)	Marca de clase c_i (cal)	Frecuencia (f_i)
[0, 150[	75	7
[150, 300[	225	10
[300, 450[	375	2
[450, 600]	525	1
Total	—	20

Energía usada al practicar *plogging* (cal)

Energía (cal)	Marca de clase c_i (cal)	Frecuencia (f_i)
[0, 150[	75	3
[150, 300[	225	12
[300, 450[	375	4
[450, 600]	525	1
Total	—	20



U1_VID_8
U1_AUD_4

EJEMPLO 7 » Comparación de parámetros estadísticos de dos grupos de datos agrupados.

¿Qué decisión podría tomar un deportista a partir del promedio y de la desviación estándar de los datos de las tablas si quiere practicar el deporte que le exija un gasto mayor y más homogéneo de energía?

Paso a Paso

1. Estima el promedio de la energía consumida al practicar cada deporte (medido en calorías).

Running

$$\begin{aligned}\bar{x}_1 &= \frac{75 \cdot 7 + 225 \cdot 10 + 375 \cdot 2 + 525 \cdot 1}{20} \\ &= \frac{4050}{20} = 202,5\end{aligned}$$

Plogging

$$\begin{aligned}\bar{x}_2 &= \frac{75 \cdot 3 + 225 \cdot 12 + 375 \cdot 4 + 525 \cdot 1}{20} \\ &= \frac{4950}{20} = 247,5\end{aligned}$$



U1_ACT_7 a 9

2. Calcula el cuadrado de la diferencia entre cada marca de clase y su promedio (medido en calorías al cuadrado).

Running

$$\begin{aligned}(75 - 202,5)^2 &= 16\,256,25 \\ (225 - 202,5)^2 &= 506,25 \\ (375 - 202,5)^2 &= 29\,756,25 \\ (525 - 202,5)^2 &= 104\,006,25\end{aligned}$$

Plogging

$$\begin{aligned}(75 - 247,5)^2 &= 29\,756,25 \\ (225 - 247,5)^2 &= 506,25 \\ (375 - 247,5)^2 &= 16\,256,25 \\ (525 - 247,5)^2 &= 77\,006,25\end{aligned}$$

3. Multiplica cada valor del paso anterior por su frecuencia respectiva.

Running

$$\begin{aligned}16\,256,25 \cdot 7 &= 113\,793,75 \\ 506,25 \cdot 10 &= 5\,062,5 \\ 29\,756,25 \cdot 2 &= 59\,512,5 \\ 104\,006,25 \cdot 1 &= 104\,006,25\end{aligned}$$

Plogging

$$\begin{aligned}29\,756,25 \cdot 3 &= 89\,268,75 \\ 506,25 \cdot 12 &= 6\,075 \\ 16\,256,25 \cdot 4 &= 65\,025 \\ 77\,006,25 \cdot 1 &= 77\,006,25\end{aligned}$$

4. Suma los productos del paso anterior y divide por 20 para cada deporte.

Running

$$\begin{aligned}\frac{113\,793,75 + 5\,062,5 + 59\,512,5 + 104\,006,25}{20} &= \\ = \frac{282\,375}{20} &= 14\,118,75\end{aligned}$$

Plogging

$$\begin{aligned}\frac{89\,268,75 + 6\,075 + 65\,025 + 77\,006,25}{20} &= \\ = \frac{237\,375}{20} &= 11\,868,75\end{aligned}$$

5. Extrae la raíz cuadrada de los resultados anteriores para estimar las desviaciones estándar σ_1 y σ_2 de los dos grupos de datos (medidas en calorías). Redondea los resultados a la décima.

Running $\sigma_1 = \sqrt{14\,118,75} \approx 118,8$

Plogging $\sigma_2 = \sqrt{11\,868,75} \approx 108,9$

6. Responde.

- Dado que $\bar{x}_2 > \bar{x}_1$, en promedio, practicando *plogging* se consumió más energía que practicando *running*.
- Dado que $\sigma_2 < \sigma_1$, el consumo de energía practicando *plogging* fue más homogéneo que practicando *running*.
- Por lo tanto, como conclusión, se puede afirmar que, basándose en la información recopilada por un grupo de estudiantes en las tablas comparadas, un deportista puede decidirse por la práctica del *plogging*, ya que no solo protege el medioambiente, sino que también cuida su cuerpo a partir de un eficiente consumo de energía.

Para terminar la Lección 1...

- ¿De qué manera el análisis de datos y las medidas de dispersión pueden ayudarte a tomar mejores decisiones?
- ¿Qué diferencias notaste en cuanto a dificultad y exactitud al calcular las medidas de dispersión para datos no agrupados y para datos agrupados?
- ¿En qué ámbito te gustaría tener una participación relevante: cultural, social, político, medioambiental, etc.? ¿de qué forma podrías aportar?

Toma de decisiones con probabilidades condicionales

Decidiendo mediante diagramas de árbol de probabilidades

Seguridad al realizar deportes – Educación Física y Salud

La profesora de Educación Física y Salud de un colegio quiere aplicar un plan de entrenamiento para mejorar la calidad de vida de sus estudiantes. Para hacerlo responsablemente pidió a Hugo, que trabaja en un centro médico, que aplique un test a un grupo seleccionado al azar para determinar si están aptos físicamente para participar del plan o si presentan algún tipo de riesgo. Como el test es experimental, Hugo podrá implementarlo solo si le permite establecer un diagnóstico correcto en el 95 % de los casos. Para evaluarlo, seleccionó a 150 estudiantes con riesgo y sin él, condición que se ha establecido previamente usando otros métodos más costosos, y les aplicó el test. Los resultados que obtuvo se muestran en la siguiente tabla:

Tabla de resultados

Estudiante	Resultado Test		
	TP	TN	Total
CR	64	4	68
SR	4	78	82
Total	68	82	150

CR: estudiante con riesgo. TP: test dio positivo.

SR: estudiante sin riesgo. TN: test dio negativo.

- Si el resultado del test es positivo, significa que detectó un riesgo para la salud del estudiante. De acuerdo con esto, ¿qué significa que su resultado sea negativo?
- ¿Cómo definirías con tus palabras que el test establezca un diagnóstico correcto? Utiliza los eventos **CR**, **SR**, **TP** y **TN** para responder.
- A partir de la información de la tabla, ¿crees que los resultados obtenidos en la evaluación del test permitirán a Hugo implementarlo? Justifica tu respuesta.



Gettyimages/SDI Productions (editado)

Recuerda que, dos eventos son independientes si $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ o, en forma equivalente, dos eventos son independientes si la realización de uno no afecta la probabilidad del otro.

- 1 ¿Cómo interpretas que la probabilidad de ocurrencia de un evento sea mayor que la de otro?

Los datos recolectados por Hugo pueden representarse usando diagramas de árbol.

Diagrama de árbol con los datos

De la tabla con los datos recolectados, se construye un diagrama de árbol.

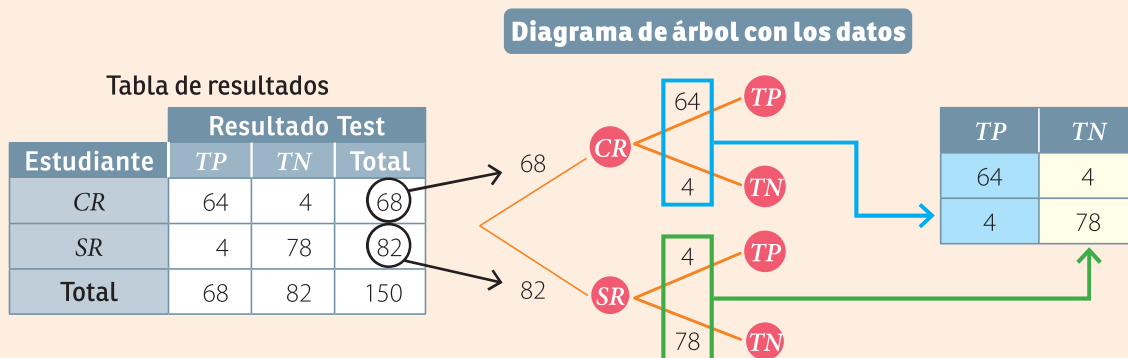
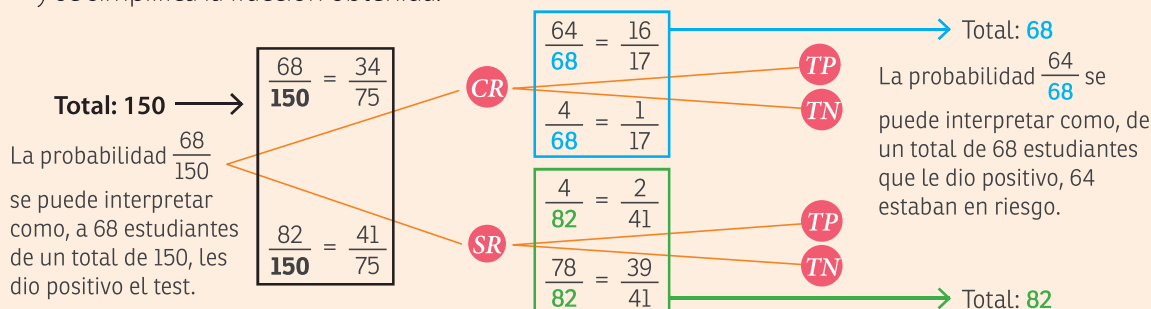


Diagrama de árbol de probabilidades

Para construir este diagrama, en cada rama se divide por la cantidad total de datos respectiva y se simplifica la fracción obtenida.



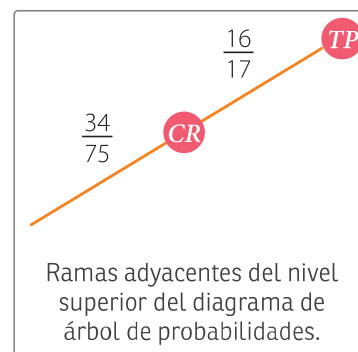
- 2 Observa el diagrama de árbol de probabilidades. ¿Qué representa y cómo se obtiene el valor de probabilidad $\frac{1}{17}$? Explica.
- 3 ¿Cuál de los diagramas de árbol crees que es más útil para decidir si el test cumple con el requerimiento definido para su implementación?, ¿por qué?

EJEMPLO 1 >> Interpretación de un diagrama de árbol y cálculo de probabilidades.

¿Qué representa, en el contexto del problema, el producto de las probabilidades presentes en las dos ramas adyacentes del nivel superior del árbol?

Paso a Paso

1. La fracción $\frac{34}{75}$ representa la probabilidad de que un estudiante del grupo presente riesgo. La anotaremos simbólicamente como $P(CR)$.
La fracción $\frac{16}{17}$ representa la probabilidad de que el test dé positivo (TP) dado que el estudiante efectivamente presenta riesgo (CR).
La anotaremos simbólicamente como $P(TP | CR)$.



2. Calcula el producto de las probabilidades anteriores.

$$P(CR) \cdot P(TP | CR) = \frac{68}{150} \cdot \frac{64}{68} = \frac{34}{75} \cdot \frac{16}{17} = \frac{2}{75} \cdot \frac{16}{1} = \frac{32}{75}$$

3. Responde.

Dado que las probabilidades que se multiplicaron pertenecen a ramas adyacentes del árbol de probabilidades, su producto representa la probabilidad de que ocurran simultáneamente los sucesos asociados a ellas, es decir, que un alumno presente riesgo y dé positivo en el test. La anotaremos simbólicamente como $P(CR \cap TP)$, en que el símbolo $\cap$ representa la intersección de eventos y, en este caso, permite expresar la presencia de riesgo y que el test dé positivo.

Para evaluar el test, Hugo sumará las probabilidades de que acierte en su diagnóstico, es decir, la probabilidad de que un estudiante presente riesgo y dé positivo en el test con la probabilidad de que un estudiante no presente riesgo y dé negativo en el test.

EJEMPLO 2 >> Uso de diagrama de árbol de probabilidades para tomar decisiones.

Considerando que no se aceptará aproximar los resultados, ¿podrá Hugo implementar el test en el centro médico?

Paso a Paso

1. Revisa el **EJEMPLO 1** y anota las probabilidades de que el test acierte en su diagnóstico.

$$P(CR \cap TP) = \frac{32}{75}$$

$$P(SR \cap TN) = \frac{39}{75}$$

2. Suma las probabilidades del paso anterior para calcular la probabilidad de que el test haya acertado.

$$\text{Probabilidad de acierto} = P(CR \cap TP) + P(SR \cap TN) = \frac{32}{75} + \frac{39}{75} = \frac{71}{75}$$

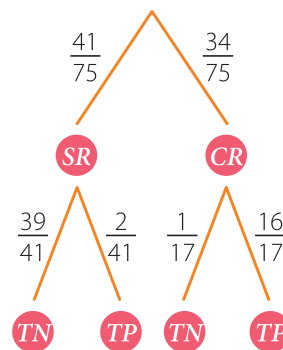
3. Expresa como porcentaje esta probabilidad, para ello multiplica por 100% el número decimal, es decir:

$$\frac{71}{75} = 0,94\bar{6} \cdot 100\% = 94,6\bar{6}\%$$

4. Responde.

Como el test tuvo un porcentaje de aciertos en el diagnóstico menor que 95 %, Hugo no podrá implementarlo en el centro médico.

Diagrama de árbol de probabilidades



4.  ¿Están de acuerdo con no implementar el test en el centro médico? Considerando que el porcentaje de acierto es muy cercano a 95 %, ¿rechazarían ustedes el test? Respondan primero individualmente y luego elaboren una respuesta grupal justificada.

» Actividad física en la población inmigrante en nuestro país

Historia, Geografía y Ciencias Sociales

Chile tiene el deber de “garantizar a las personas migrantes el acceso a los servicios educativos y sociales”; y de asegurarles “el derecho fundamental de acceder a la educación física, la actividad física y el deporte sin discriminación alguna, ya esté basada en (...) el origen nacional o social, la posición económica o cualquier otro factor”. Por ende, resulta deseable que la sociedad chilena, y en particular el sector público, afronten la tarea de promover el acceso a la actividad física y el deporte de toda la población en territorio nacional, sin distinción alguna.

Apliquemos lo estudiado

La tabla adjunta muestra los resultados de una encuesta aplicada a un grupo de inmigrantes en Chile sobre su práctica de actividad física.

Encuesta sobre la práctica regular de actividad física en población inmigrante

	Hombres	Mujeres	Total
Practica	429	205	634
No practica	356	477	833
Total	785	682	1 467

Fuente: Vergara, C., Alviña, P., Doña Revecó, C., & García, I. (2018). Actividad física y deporte en la población migrante en Chile. Cuadernos médicos-sociales, 58(4).

EJEMPLO 3 » Verificación de una afirmación usando un diagrama de árbol.

Un analista opina que es más probable hallar en Chile un hombre inmigrante que realice actividad física en forma regular que una mujer inmigrante que no la practique. De acuerdo con la encuesta anterior, ¿es verdadera su afirmación?

Paso a Paso

1. Identifica los eventos de interés.

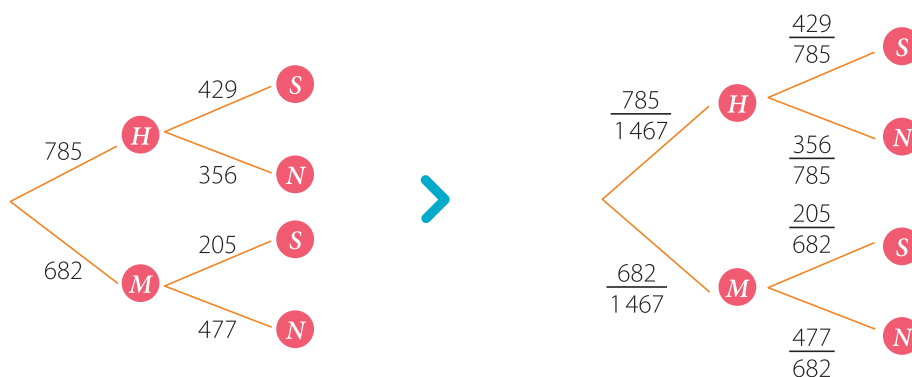
S : sí practica actividad física de forma regular.

H : es hombre.

N : no practica actividad física de forma regular.

M : es mujer.

2. Construye los diagramas de árbol, primero con las cantidades de individuos y luego con las probabilidades.



3. Calcula las probabilidades $P(H \cap S)$ y $P(M \cap N)$. Exprésalas como números decimales aproximados a la centésima.

$$P(H \cap S) = \frac{785}{1467} \cdot \frac{429}{785} = \frac{429}{1467} \approx 0,29$$

$$P(M \cap N) = \frac{682}{1467} \cdot \frac{477}{682} = \frac{477}{1467} \approx 0,33$$

4. Responde.

Dado que a partir de los datos de la encuesta se verifica que $P(H \cap S) < P(M \cap N)$, la afirmación del analista no es verdadera.

Decidiendo mediante probabilidades condicionales

En un torneo de *skates* y bicicletas se inscriben diferentes participantes. El total de ellos se muestra en la tabla.

Género \ Deporte	Skate (S)	Bicicleta (B)	Total
Hombres (H)	5	9	14
Mujeres (M)	2	14	16
Total	7	23	30

- ¿Qué actividad se practica en la imagen?
- ¿En qué tipo de campeonato te interesaría participar a ti?, ¿por qué?
- ¿Cuántos participantes se inscribieron en el torneo?, ¿cuántas mujeres hay?

Considera los siguientes eventos:

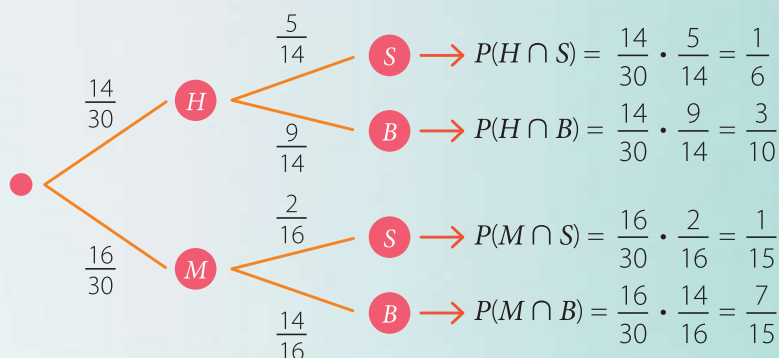
H : seleccionar un hombre.

M : seleccionar una mujer.

S : andar en *skate*.

B : andar en bicicleta.

El diagrama de árbol de probabilidades que representa la información de la tabla es el siguiente:



En el diagrama de árbol de probabilidades se tiene:

$P(H \cap S)$: Es la probabilidad de seleccionar a un hombre y que prefiera el skate.

$P(H \cap B)$: Es la probabilidad de seleccionar a un hombre y que prefiera la bicicleta.

$P(M \cap S)$: Es la probabilidad de seleccionar a una mujer y que prefiera el skate.

$P(M \cap B)$: Es la probabilidad de seleccionar a una mujer y que prefiera la bicicleta.

• ¿Con qué relacionas la expresión $\frac{P(H \cap B)}{P(H)}$?

• ¿Es distinto calcular $\frac{P(M \cap S)}{P(S)}$ y $\frac{P(S \cap M)}{P(M)}$?



GettyImages/A. Martin UW Photography

« Probabilidad condicional

Sean A y B dos eventos que se encuentran en un mismo espacio muestral, con $P(B) > 0$ y A^c , el complemento del evento A . La probabilidad del evento A dado que ocurrió el evento B corresponde a la **probabilidad condicional** que se denota por $(P(A | B))$, al relacionar lo anterior con un diagrama de árbol de probabilidades, se tiene:

Expresión:

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Diagrama de árbol de probabilidades:

Corresponde a una rama, la de $P(B)$.

$$\begin{array}{l} \frac{P(B)}{B} \begin{cases} \xrightarrow{P(A/B)} A \rightarrow P(B) \cdot P(A/B) = P(A \cap B) \\ \xrightarrow{P(A^c/B)} A^c \rightarrow P(B) \cdot P(A^c/B) = P(A^c \cap B) \end{cases} \end{array}$$

En que $P(A \cap B)$ es la probabilidad de que ocurran simultáneamente los eventos A y B , y $P(B)$ es la probabilidad de que ocurra el evento B .



1 ¿Podría cumplirse que $P(A \cap B) > P(B)$?, ¿por qué?

Fiesta de La Tirana

Su origen en la cultura aymara

Entre las tradiciones del pueblo aymara destacan las festividades que combinan la fe católica con la cosmovisión indígena relacionada con la madre Tierra o «Pachamama». Una de las más importantes es la Fiesta de la Virgen del Carmen que se realiza en el pueblo de La Tirana, comuna de Pozo Almonte en la Región de Tarapacá. Este poblado, de no más de 560 habitantes, llega a recibir más de 250 000 visitantes durante la primera mitad del mes de julio de cada año.

▼ Fiesta de La Tirana, Región de Tarapacá.

Apliquemos lo estudiado

Debido a las grandes aglomeraciones que se producen, el Ministerio de Salud aplicará un test de forma aleatoria para detectar y evitar brotes de enfermedades respiratorias.

De un bus con visitantes a La Tirana se escogerá al azar a uno de los pasajeros para realizarle el test. La tabla adjunta muestra la nacionalidad y el género de los ocupantes del bus.

Nacionalidad y género de las personas testeadas

País de origen	Hombres	Mujeres
Chile	12	14
Perú	8	6
Bolivia	6	9
Otro	2	3



Observa un video con imágenes de la Fiesta de la Virgen del Carmen en <https://bit.ly/3yJwFAC>

¿Crees que es importante conocer y valorar la cultura aymara?, ¿por qué?

Puedes averiguar otra actividad cultural del pueblo aymara, que corresponde a Pachallampi en el siguiente link: <https://bitacoraresidencias.cultura.gob.cl/pachallampe-2/>

Archivo editorial.

BDA U1_ACT_12
U1_VID_12

EJEMPLO 4 >> Cálculo de una probabilidad condicional.

Si en el bus de visitantes a La Tirana la persona escogida para realizarle el test resultó ser mujer, ¿cuál es la probabilidad de que sea de nacionalidad boliviana?

Paso a Paso

1. Agrega a la tabla original la suma total de los valores de las filas y columnas.

Nacionalidad y género de las personas testeadas			
Nacionalidad \ Género	Hombres	Mujeres	Total
Chile	12	14	26
Perú	8	6	14
Bolivia	6	9	15
Otro	2	3	5
Total	28	32	60

2. Identifica los eventos de interés.

B : su nacionalidad es boliviana.

M : es mujer.

3. Expresa la probabilidad buscada.

Probabilidad de que la persona testeada sea boliviana dado que es mujer. $\rightarrow P(B / M) = \frac{P(B \cap M)}{P(M)}$ $\rightarrow$ Probabilidad de que sea boliviana y mujer. $\rightarrow$ Probabilidad de que sea mujer.

4. Deduce las probabilidades $P(B \cap M)$ y $P(M)$ a partir de los datos de la tabla.

$$P(B \cap M) = \frac{9}{60} = \frac{3}{20} \qquad P(M) = \frac{32}{60} = \frac{8}{15}$$

5. Calcula la probabilidad $P(B / M)$. Redondea su valor a la centésima.

$$P(B / M) = \frac{\frac{3}{20}}{\frac{8}{15}} = \frac{3}{20} \cdot \frac{15}{8} = \frac{45}{160} = \frac{9}{32} = 0,28125 \approx 0,28$$

6. Responde.

La probabilidad de que la persona escogida para realizarle el test sea de nacionalidad boliviana dado que es mujer es 0,28, aproximadamente; o en forma equivalente, que corresponde aproximadamente al 28%.

2. ¿Qué condición debe verificarse para que se cumpla la igualdad $P(B / M) = P(M / B)$? Explica.

3.  ¿Es frecuente encontrar probabilidades condicionales en la vida cotidiana?

Comenten una situación en que pueda ser interesante y útil usar probabilidades condicionales.

Presenten al curso la situación y creen un problema para que sus compañeros y compañeras lo resuelvan trabajando en forma colaborativa. Como desafío respondan, ¿Qué pregunta se responde

con el cálculo de $\frac{8}{60} : \frac{28}{60} = \frac{8}{28}$?

EJEMPLO 5 >> Toma de decisiones utilizando probabilidad condicional.

Población de 15 años o más que declaró trabajar la semana anterior a la realización del Censo 2017, según área geográfica:

Trabajó o no trabajó la semana pasada	Urbano	Rural	Total
Trabajó	7 038 859	889 209	7 928 068
No trabajó	5 006 954	806 371	5 813 325
Total	12 045 813	1 695 580	13 741 393

"Recuerda que el próximo Censo se realizará entre los meses de marzo a junio de 2024, el objetivo de un Censo es conocer cuántos habitantes hay en el país, la forma en la que estos viven y dónde lo hacen. En el siguiente link hay un video sobre los objetivos del Censo 2024: <https://www.ine.gob.cl/censo/todo-sobre-el-censo>."

¿Cuál es la probabilidad de que una persona, escogida al azar, haya trabajado la semana anterior a la realización del Censo 2017, dado que pertenece a un área urbana?

Paso a Paso

1. Define los eventos:

Sea: T : persona que trabajó la semana pasada.

U : pertenece a un área urbana

2. Probabilidad de que la persona escogida haya trabajado dado que pertenece a una zona urbana:

$$P(T / U) = \frac{P(T \cap U)}{P(U)}$$

3. Probabilidad de que una persona haya trabajado y sea de un área urbana.

$$P(T \cap U) = \frac{7\,038\,859}{13\,741\,393} = 0,5122 \approx 0,51$$

4. Probabilidad de que una persona sea de un área urbana.

$$P(U) = \frac{12\,045\,813}{13\,741\,393} = 0,8766 \approx 0,88$$

5. Calcula la probabilidad $P(T / U)$. Redondea su resultado a la centésima

$$P(T / U) = \frac{0,51}{0,88} = 0,5795 \approx 0,58$$

6. Responde

La probabilidad de que la persona escogida haya trabajado, dado que pertenece a un área urbana es de 0,58 o 58% aproximadamente.

- 4  Considerando el ejemplo anterior, ¿Es mayor o menor a la probabilidad obtenida en el ejemplo 5, si la persona trabajó dado que pertenece a un área rural?

Para terminar la Lección 2...

- ¿De qué manera los diagramas de árbol de probabilidades pueden ayudarte a tomar mejores decisiones?
- ¿Qué características tienen las situaciones en que es útil aplicar las probabilidades condicionales?
- ¿En qué tipo de proyectos individuales o grupales has participado en tu curso?, ¿qué responsabilidades has tenido en ellos?

Síntesis de Unidad 1

LECCIÓN 1 » Toma de decisiones con medidas de dispersión

Aprendiste...

Desviación media (DM)

Datos no agrupados ($n \neq 0$):

$$DM = \frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + \dots + |x_n - \bar{x}|}{n}$$

Datos agrupados ($n \neq 0$):

$$DM = \frac{|c_1 - \bar{x}| \cdot f_1 + \dots + |c_N - \bar{x}| \cdot f_N}{n}$$

Varianza (σ^2)

Datos no agrupados ($n \neq 0$):

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

Datos agrupados ($n \neq 0$):

$$\sigma^2 = \frac{(c_1 - \bar{x})^2 \cdot f_1 + \dots + (c_N - \bar{x})^2 \cdot f_N}{n}$$

Desviación estándar (σ)

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

Coefficiente de variación (CV)

$$CV = \frac{\sigma}{|\bar{x}|} \quad (\bar{x} \neq 0)$$

¿Qué dificultades tuviste para calcular estas medidas de dispersión?, ¿qué hiciste para superarlas?

Aplicaste...

- Medidas de dispersión para tomar decisiones fundamentadas en los resultados y en evidencia estadística.
- Medidas de dispersión para argumentar y justificar, utilizando lenguaje simbólico y diferentes representaciones, la veracidad o falsedad de una conjetura.

← ¿Por qué es importante desarrollar esta habilidad?

← ¿En qué situación podría ser necesario utilizar esta habilidad?

Desarrollaste...

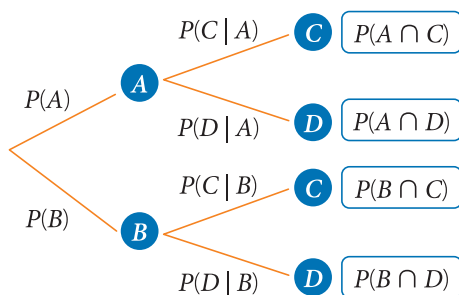
El entusiasmo por participar asumiendo posturas razonadas en distintos ámbitos: cultural, social, político, medioambiental, entre otros.

← ¿Hasta qué punto estás de acuerdo en que esta es una actitud positiva?

LECCIÓN 2 » Toma de decisiones con probabilidades condicionales

Aprendiste...

Diagrama de árbol de probabilidades



Probabilidad condicional

Probabilidad de A dado B para $P(B) > 0$:

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

¿Qué sabías acerca de estos temas?, ¿qué más te gustaría aprender sobre ellos?

Aplicaste...

- Probabilidades para tomar decisiones fundamentadas en los resultados obtenidos a partir de modelos probabilísticos.
- Probabilidades para argumentar, utilizando lenguaje simbólico y diferentes representaciones para evaluar el alcance y los límites de los argumentos utilizados.

← ¿Qué situaciones problemáticas podrías resolver utilizando esta habilidad?

← ¿Cuál es el propósito de adquirir esta habilidad?

Desarrollaste...

El interés por actuar con responsabilidad al tomar decisiones con consciencia de las implicancias que estas tienen sobre uno mismo y los otros.

← ¿En qué ocasión esta actitud podría servirte?